

Prof. Dr. Alfred Toth

Kardinalitätshierarchie semiotischer Zahlen

1. Im folgenden wird gezeigt, daß die bislang von uns unterschiedenen semiotischen Zahlen (vgl. zur Einführung Toth 2010) nicht nur verschiedene Kardinalität aufweisen, sondern daß sie eine Hierarchie von Kardinalitäten definieren. Dies ist allerdings alles andere als trivial, denn das Zeichen besitzt bekanntlich (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67) eine trichotomische Inklusionsordnung, d.h. für die allgemeine Form der Zeichenrelation

$$Z = (3.x, 2.y, 1.z)$$

gilt $x \leq y \leq z$, und somit kann Z kategorietheoretisch durch

$$Z = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$$

definiert werden, woraus direkt

$$(3.x) \supset (2.y) \supset (1.z)$$

folgt. Das bedeutet also, daß selbst bei den polykontexturalen Proto-, Deutero- und Tritozahlen, die ordinal keine Teilmengen der semiotischen Zahlen mit höherer Kardinalität sind, via Kardinalität dennoch Teilmengenschaften bestehen.

2.1. Peano-Zahlen

Kardinalität = 3

$$(1, 2, 3)$$

2.2. Proto- und Deutero-Zahlen

Kardinalität = 3

$$(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 3)$$

2.3. Trito-Zahlen

Kardinalität = 5

(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (1, 2, 3)

2.4. Peirce-Zahlen

Kardinalität = 10

(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3),

(1, 2, 2), (1, 2, 3), (1, 3, 3),

(2, 2, 2), (2, 2, 3), (2, 3, 3), (3, 3, 3).

2.5. Zeichenzahlen

Kardinalität = 27

(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3),

(1, 2, 1), (1, 2, 2), (1, 2, 3),

(1, 3, 1), (1, 3, 2), (1, 3, 3),

(2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 1, 3),

(2, 2, 1), (2, 2, 2), (2, 2, 3),

(2, 3, 1), (2, 3, 2), (2, 3, 3),

(3, 1, 1), (3, 1, 2), (3, 1, 3),

(3, 2, 1), (3, 2, 2), (3, 2, 3),

(3, 3, 1), (3, 3, 2), (3, 3, 3).

Es gilt somit

27	⊃	10	⊃	5	⊃	3	=	3
Zeichenzahlen		Peirce-Zahlen		Trito		Protero/Deutero		Peano.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik?. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

19.4.2015